



*Carrera:*

**PROFESORADO de Educación Secundaria en  
Matemática**

*Unidad curricular:*

**Análisis Matemático 3**

*Profesora*

**Ana María Ceballos**

*Ubicación en el Plan de Estudios:*

**3° AÑO**

**ANUAL**

*Carga horaria:*

**4 HORAS / CATEDRA SEMANALES**

***Ciclo Lectivo 2020***

## 1. IDENTIFICACIÓN

**CARRERA:** Profesorado de Educación Secundaria en Matemática

**UNIDAD CURRICULAR:** Análisis Matemático 3

**FORMATO:** Materia

**PLAN DE ESTUDIO:** 2017

**RÉGIMEN:** Anual

**PROMOCIÓN:** Indirecta

### **CORRELATIVIDADES**

#### **Correlativas anteriores:**

Para cursar la materia el estudiante debe tener regular Análisis Matemático II y Álgebra III y debe tener aprobada Modelización Matemática.

Para rendir la materia el estudiante debe tener aprobada Análisis Matemático II y Álgebra III.

#### **Correlativas Posteriores:**

El estudiante deberá tener regular Análisis III para cursar Matemática Superior y Modelización Matemática en Física.

El estudiante deberá tener aprobada Análisis III para rendir Matemática Superior o Modelización Matemática.

## 2. FUNCIONES DE LA CÁTEDRA

La cátedra desarrolla en la función docente, el dictado de los contenidos teóricos de la unidad, en los que se ha optado por un carácter teórico-práctico, realizándose en forma conjunta actividades de cálculo, representación, usando los diferentes lenguajes de la matemática, interpretación, análisis, argumentación y uso de diferentes tipos de razonamientos, como la deducción, inducción, inferencia, conjeturación, validación, así como también la aplicación en situaciones problemáticas y la resolución de problemas intra y extra matemáticos, además se propone el uso de software específico que facilite la resolución de las actividades, favoreciendo de este modo el aprendizaje. La docente prepara las guías teóricas prácticas para trabajar en clase con los estudiantes y propone tareas para que los mismos resuelvan de manera independiente. La profesora orienta el aprendizaje de los estudiantes en consultas grupales e individuales, en horarios de clase y extra áulicas.

## 3. FUNDAMENTACIÓN

En esta unidad curricular se generaliza el análisis de funciones reales, estudiadas en Modelización Matemática, Análisis Matemático I y II, a funciones de varias variables y a campos vectoriales.

Para facilitar la interpretación de estas funciones y el análisis de las mismas, que involucran los conceptos de límite, continuidad, diferenciabilidad e integrales, se recurre a la representación gráfica de sus dominios, imágenes y de ellas mismas en

los espacios bidimensional o tridimensional, según corresponda. En consecuencia, se requiere el estudio previo de vectores, rectas, planos, superficies cuádricas y curvas en el espacio y en el plano, lo que permitirá, además, caracterizar geoméricamente este tipo de funciones. En este aspecto se establece una interrelación con las unidades curriculares Geometría II y Geometría III.

En particular, el estudio de las relaciones entre derivadas direccionales y gradientes con planos tangentes, las rectas tangentes y normales a las superficies definidas por funciones de dos variables por un lado, y entre derivadas de campos vectoriales y, vectores tangentes y normales a una curva que representa el recorrido de una función vectorial por el otro, muestran el estrecho vínculo que existe entre el Análisis y la Geometría.

Las funciones de varias variables y las vectoriales son estudiadas también desde el punto de vista algebraico, por lo que el conocimiento de contenidos como Espacios Vectoriales, Ecuaciones, Determinantes y otros que forman parte de las unidades de Álgebra I, II y III, son un requerimiento de base para ello.

Se enfatiza el estudio del cálculo diferencial e integral tanto en su relación con la Geometría como por su requerimiento en otras ciencias como la Física, la Biología, la Economía y en situaciones relacionadas con la vida real.

Se establecen las analogías y diferencias de las propiedades que relacionan la diferenciación y la continuidad de funciones reales con las de los mismos conceptos en campos escalares y vectoriales.

Se promueven las aplicaciones de la diferencial e integral de campos escalares y vectoriales en la resolución de problemas concretos que involucren la determinación de extremos (aplicación de criterios), cálculo de áreas y volúmenes (aplicación de integrales múltiples) y campos conservativos (integrales curvilíneas independientes de la trayectoria).

Se introduce el tratamiento de cambio de coordenadas (cartesianas – polares - cilíndricas – esféricas) con el fin de facilitar el cálculo de integrales múltiples.

Se presenta una reseña histórica correspondientes a las circunstancias que determinaron el surgimiento del cálculo infinitesimal en campos escalares y vectoriales y lo que ello significó en la evolución científica.

Los teoremas más importantes que expresan la relación entre diferenciación, derivadas parciales y continuidad de campos escalares, condiciones de diferenciabilidad y los fundamentales del cálculo integral, se estudian con sus respectivas demostraciones. De este modo se aplican procesos de inducción y de deducción lógica, construcción y análisis, particularidad y generalidad.

#### **4. CAPACIDADES PROFESIONALES DE LA FORMACIÓN DOCENTE INICIAL<sup>1</sup>**

Entre las capacidades profesionales de la formación docente inicial que esta unidad curricular, favorece desarrollar es posible identificar principalmente las siguientes capacidades generales como son Dominar los saberes a enseñar, Generar un clima

---

<sup>1</sup> Extraído de *Marco Referencial De Capacidades Profesionales De La Formación Docente Inicial- Área de Desarrollo Curricular del INFoD, agosto de 2017-*

favorable a la convivencia y el aprendizaje, en la institución y en las aulas y Comprometerse con el propio proceso formativo.

Respecto de la primera de ellas, incluye la apropiación de los conocimientos que se deben enseñar incluidos en el Campo del Análisis Matemático y lo que son necesarios para enseñar, en tanto permiten interpretar las situaciones educativas y problematizarlas. Implica desarrollar una mirada compleja e interdisciplinaria sobre las problemáticas y objetos de estudio a abordar. Es necesario, entonces, que el docente sea capaz de analizar las bases epistemológicas de los conocimientos a enseñar así como su evolución. Esta apropiación de los conocimientos académicos es condición necesaria para desarrollar la capacidad de transformarlos en contenidos escolares, a través de la elaboración de versiones que sean accesibles a destinatarios no expertos. Para lograr generar un clima favorable a la convivencia y el aprendizaje, en la institución y en las aulas, se consideran las siguientes capacidades específicas:

Promover la formulación de preguntas, la expresión de ideas y el intercambio de puntos de vista

Establecer y mantener pautas para organizar el trabajo en clase y el desarrollo de las tareas.

Intervenir en el escenario institucional y comunitario

Trabajar en equipo para acordar criterios sobre el diseño, implementación y evaluación de las propuestas de enseñanza, así como para elaborar proyectos interdisciplinarios.

Por último, respecto de comprometerse con el propio proceso formativo se hace necesario lograr la capacidad específica de analizar el desarrollo de las propias capacidades profesionales y académicas para consolidarlas.

Capacidades en relación con la especificidad del campo de conocimiento implicado en esta materia<sup>2</sup>:

Pensar y razonar matemáticamente implica poder aplicar en nuestra vida diaria el pensamiento cuantitativo y lógico, es decir, conocer las preguntas propias de las matemáticas y conocer los tipos de respuesta que las matemáticas pueden ofrecer. Un ejemplo concreto de esta capacidad sería cómo pensar matemáticamente sobre estadística (como los datos aparecidos en medios de comunicación, tales como balances económicos o resultados electorales). Incluye plantear preguntas características de las matemáticas (“¿Cuántas ... hay?”, “¿Cómo encontrar ...?”); reconocer el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen para estas preguntas; distinguir entre diferentes tipos de proposiciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales); y entender y manipular el rango y los límites de ciertos conceptos matemáticos.

El planteamiento y la resolución de problemas implican identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos. Además de aplicar diversas formas de resolución.

Saber construir modelos matemáticamente es una competencia matemática que se refiere a la capacidad de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, obteniendo e interpretando los resultados. Esto conlleva el análisis de los modelos ya

---

<sup>2</sup>. *Competencias Matemáticas según Niss (2002)*

existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado (Pollack, 1997). Incluye estructurar la situación que se va a moldear; traducir la “realidad” a una estructura matemática; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y plantear críticas a un modelo y sus resultados; comunicarse eficazmente sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones que pueden tener estos últimos); y monitorear y controlar el proceso de modelado.

Argumentar matemáticamente va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas sino que son propias de muchos aspectos de la vida. Se trata de ser riguroso en los argumentos y no admitir informaciones o declaraciones que no estén avaladas por las correspondientes demostraciones, además de descubrir las ideas básicas en una línea argumental y concebir formal e informalmente argumentos matemáticos y transformar argumentos heurísticos en demostraciones válidas. Se refiere a saber qué es una prueba matemática y cómo se diferencia de otros tipos de razonamiento; poder seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; desarrollar procedimientos intuitivos; y construir y expresar argumentos matemáticos.

Representación de entidades matemáticas implica la capacidad de comprender y utilizar diferentes clases de representación de objetos matemáticos, como la comprensión de tablas, gráficas, mapas de situaciones. Incluye codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares.

El manejo de símbolos matemáticos y formalismos forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles. Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico / formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

Comunicación en, con y acerca de las matemáticas se asocia a la capacidad de comprender mensajes orales, escritos o visuales que contengan contenido matemático y expresar las cuestiones planteadas oralmente, visualmente o por escrito, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la adquisición de un nivel suficiente de competencia comunicativa, ya que disponer de una buena capacidad de comunicar en temas cuantitativos formaría parte de la alfabetización matemática.

El uso de recursos y herramientas implica el correcto uso de materiales, aplicaciones informáticas y aparatos tecnológicos útiles para la actividad matemática. Involucra conocer, y ser capaz de utilizarlas para facilitar la actividad matemática, y además comprender las limitaciones de las mismas.

## **5. EXPECTATIVAS DE LOGRO**

Al finalizar el ciclo lectivo el alumno:

- Adquirirá una sólida formación matemática, el desarrollo de procesos mentales típicos de la disciplina, el dominio de la interacción y retroalimentación de los contenidos del análisis de funciones vectoriales y de campos escalares con las otras ciencias y con la realidad.
- Incorporará a su lenguaje y a sus modos de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática, con el fin de expresar de manera precisa y rigurosa los conceptos y propiedades propias del análisis de funciones vectoriales y de campos escalares.
- Utilizará las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, así como para la organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas que involucren conceptos y propiedades del análisis matemático.
- Elaborará estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos del análisis matemático.

## **6. PROPÓSITOS DEL DOCENTE**

- Crear espacios participativos mediante el diálogo entre estudiantes, compartiendo y construyendo nuevos conocimientos a través de la reflexión crítica que permite apropiarse del saber.
- Crear espacios tutoriales virtuales entre docente, alumnos y sus pares, facilitando el espacio comunicacional y el intercambio del conocimiento.
- Ofrecer una sólida formación matemática, el desarrollo de procesos mentales típicos de la disciplina, el dominio de los distintos lenguajes y de la interacción y retroalimentación del cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables reales y vectoriales con las otras ciencias y con la realidad.
- Proponer el lenguaje matemático y sus modos de argumentación habituales en las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística), con el fin de expresar de manera precisa rigurosa los conceptos y propiedades propios del cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables reales y vectoriales
- Plantear las distintas formas del pensamiento lógico que permiten formular y comprobar conjeturas, realizando inferencias y deducciones, así como organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas que involucren conceptos y propiedades del cálculo diferencial e integral.
- Estimular las estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos del cálculo diferencial e integral.
- Proponer situaciones problemáticas que involucren aplicaciones de la derivada y el cálculo de integrales múltiples correspondientes al análisis de funciones de varias variables reales y vectoriales.

## **7. MARCO METODOLÓGICO:**

Esta unidad curricular tiene el formato de Materia, que se caracteriza por brindar conocimientos y, por sobre todo, modos de pensamiento y modelos explicativos propios del Análisis Matemático, atendiendo a cómo se corresponden con el carácter científico y su evolución a través del tiempo. Se propone a los alumnos el análisis de problemas, la investigación bibliográfica o documental, la interpretación de gráficos y tablas, la algoritmación, el cálculo y los modos verbales y simbólicos (propios del lenguaje matemático) de comunicar el conocimiento.

Generalización de los conceptos del análisis de funciones reales a campos vectoriales y escalares.

Representación e interpretación geométrica de funciones de dos o más variables y recorridos de funciones vectoriales.

Cálculo de áreas y volúmenes, aplicando integrales múltiples.

Demostración y aplicación de teoremas relativos a la diferenciación y continuidad de campos escalares.

Resolución de situaciones problemáticas que involucren los conceptos de extremos de funciones de dos variables, integrales múltiples, integrales curvilíneas, vectores tangentes a curvas en el plano y en el espacio.

En particular, se enfatizan los métodos de trabajo transferibles a la acción profesional como futuros docentes.

En general, se plantea una dinámica grupal centrada en una tarea colaborativa y cooperativa, con recuperación de saberes entorno a temáticas nuevas o articulación con otras temáticas desarrolladas en otros espacios. Se propone una enseñanza asistida por las TIC, tanto para obtener y comunicar información, como para favorecer la comprensión, a través de la visualización, la conjeturación y la validación de los contenidos, con el uso de softwares específicos.

## **8. RECURSOS**

Se usarán:

- Guías de Trabajos Prácticos en las que se proponen ejercicios y situaciones problemáticas, que orienten los aprendizajes de los estudiantes.
- Bibliografía.
- Cañón. Diapositivas.
- Netbook (en su mayoría del programa Conectar Igualdad).
- Softwares específicos como Graph, Geogebra (en particular la vista 3D, para graficar superficies o curvas en el espacio)
- Aula Virtual, especialmente diseñada por el docente con secciones de clases, archivos y sitios. En la misma se proponen actividades de búsqueda de información, se adjuntan programa, trabajos prácticos, bibliografía y documentos de interés. Esta aula también se usa como medio de comunicación y para compartir reflexiones y o resoluciones, consultas a través de foros y mensajería interna.

## **9. CONTENIDOS**

**Unidad 1: "FUNCIONES VECTORIALES"**

Definición de funciones vectoriales. Límite y continuidad. Derivada. Propiedades. Integración. Vectores tangentes y normales. Longitud de arco y curvatura de una curva plana. Curvas y funciones vectoriales en el espacio. Longitud de arco de una curva en el espacio.

### **Unidad 2: “FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Planos y superficies en el espacio. Dominio, recorrido y representación gráfica de funciones de dos variables Curvas de nivel. Superficies de nivel. Límite Doble. Límites sucesivos. Límites radiales. Límites sobre restricciones del dominio. Continuidad. Tipos de discontinuidades. Derivadas direccionales. Derivadas parciales. Derivadas parciales de orden superior. Diferenciales. Diferencial total. Condiciones de diferenciabilidad. Diferenciabilidad y continuidad. Regla de la cadena. Derivación Implícita. Derivadas direccionales y gradientes. Propiedades. Plano tangente y recta normal a una superficie. Extremos relativos y absolutos de una función de dos variables. Aplicaciones.

### **Unidad 3: “INTEGRALES MULTIPLES. INTEGRALES CURVILINEAS”.**

Integrales iteradas y áreas en el plano. Integrales dobles y volumen .Integrales dobles en coordenadas polares. Integrales triples y aplicaciones. Coordenadas cilíndricas y esféricas. Integrales en coordenadas cilíndricas y esféricas. Definición de funciones vectoriales. Límite y continuidad. Derivada. Propiedades. Integración. Integrales curvilíneas de campos vectoriales. Teorema de Green. Integrales independientes de la trayectoria. Aplicaciones.

## **10. BIBLIOGRAFÍA**

### **Bibliografía Básica**

- Stewart, J. (2008). Cálculo de una Variable Trascendentes Tempranas. 6ª Ed. Cengage Learning.
- Larson, R. y Hostetler, R., (2005). Cálculo I. 8ª Ed. McGraw-Hill. Madrid.
- Bradley, G.L. y Smith, K.J., (2001). Cálculo de una variable. Volumen 1. Prentice Hall.

### **Bibliografía Complementaria**

- Hebe Rabuffetti “Introducción al Análisis Matemático” Calculo I. Ed. El Ateneo. 1992. Décima Edición.
- Hasser La Salle Sullivan. Análisis Matemático I. Ed. Trillas. 1976. Octava Edición.
- Louis Leithold “El cálculo con Geometría Analítica”. Editorial Harla. 1992. Sexta Edición.
- Miguel de Guzmán- José Colera. “Matemáticas I”. C. O. U. Editorial Anaya. 1993.
- Miguel de Guzmán- José Colera. “Matemáticas II”. C. O. U. Editorial Anaya. 1993.

### **Páginas de Internet Recomendadas**

Páginas de Funciones de varias variables

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/index.html>

[www.satd.uma.es/a\\_valverde/Calculo/apuntes/TemaC4.pdf](http://www.satd.uma.es/a_valverde/Calculo/apuntes/TemaC4.pdf)

Ejercicios de extremos relativos de funciones de 2 variables

[www.unizar.es/analisis\\_matematico/an1est/problemas/extremosv-v.pdf](http://www.unizar.es/analisis_matematico/an1est/problemas/extremosv-v.pdf)



Páginas de Funciones vectoriales de variable real

<http://www.monografias.com/trabajos60/analisis-vectorial-tensorial/analisis-vectorial-tensorial.shtml#xfuncvectvareal>

[http://webs.um.es/gvb/OCW/OCW-AM-II\\_files/PDF/Cap4.pdf](http://webs.um.es/gvb/OCW/OCW-AM-II_files/PDF/Cap4.pdf)

<http://calculo3carlosruz.files.wordpress.com/2008/03/funciones-vectoriales.pdf>

## 11. PRESUPUESTO DE TIEMPO<sup>3</sup>

### Cronograma:

Mes	Contenidos
Abril	Funciones vectoriales. Representación de la imagen. Límite y continuidad. Derivada
Mayo	Vectores principales. Longitud de arco y curvatura de una curva plana. Curvas y funciones vectoriales en el espacio. Longitud de arco de una curva en el espacio Revisión. 1º Práctico Evaluativo.
Junio	Planos y superficies en el espacio. Representación gráfica Curvas de nivel. Superficies de nivel. Límite Doble. Límites sucesivos, radiales, sobre restricciones del dominio. Continuidad. Derivadas parciales.
Julio	Revisión. 2º Práctico 1º Parcial
agosto	Derivada Direccional. Diferenciales. Diferencial total. Diferenciabilidad y continuidad
septiembre	Propiedades de funciones diferenciables. Regla de la cadena. Derivación Implícita. Derivadas direccionales y gradientes Propiedades. Plano tangente y recta normal a una superficie. Extremos relativos y absolutos de una función de dos variables. Revisión 3º Práctico
octubre	Integrales iteradas y áreas en el plano. Integrales dobles y volumen Integrales dobles en coordenadas polares. Integrales triples. Integrales en coordenadas cilíndricas y esféricas.
noviembre	Campos Vectoriales. Integrales curvilíneas. Teorema de Green Aplicaciones. Revisión 4º Práctico 2º Parcial

## 12. ARTICULACIÓN CON LA PRÁCTICA DOCENTE O CON LA PRÁCTICA INSTRUMENTAL Y EXPERIENCIA LABORAL

La propuesta de la Unidad Curricular se articulará con las demandas del Espacio de la Práctica, desde el desarrollo de los procedimientos generales de la Matemática, especialmente los relacionados con el cálculo, el análisis de funciones, la resolución de problemas, entre otros.

Esta Unidad aportará con la adquisición de conocimientos que fundamentan los que luego transferirá en el desempeño de su profesión.

Las prácticas metodológicas de trabajo individual o grupal que se proponen y de las cuales participará como estudiante, le servirán de ejemplo y podrá replicar, con el aporte de sus propias construcciones, para transponer a su experiencia laboral.

La aplicación de los contenidos disciplinares como el cálculo de áreas y volúmenes, la optimización de funciones de varias variables en situaciones económicas, geométricas, físicas o en ciencias naturales, así como en la vida real, da la oportunidad a los estudiantes de concientizar sobre el carácter aplicativo de la Matemática.

<sup>3</sup> Todo cronograma presentado variará de acuerdo a las necesidades especiales.

## 13. EVALUACIÓN

### RÉGIMEN DE EVALUACIÓN

#### Requisitos para regularizar:

Para alcanzar la regularidad en una unidad curricular, el estudiante deberá reunir:

- a) 70% asistencia, con las excepciones legales correspondientes. El que no alcance el porcentaje requerido por razones de trabajo, enfermedad prolongada, maternidad, deberá obtener una asistencia del 50% como mínimo.
- b) 75% trabajos prácticos aprobados.
- c) Aprobar dos (2) parciales, con nota no inferior a 6 (seis) y con la posibilidad de recuperar en un Parcial Integral.
- d) El estudiante que no logre alcanzar la regularidad, será considerado automáticamente libre y podrá solicitar rendir en esa condición

### PROMOCIÓN INDIRECTA CON EXAMEN FINAL

El examen final de las unidades curriculares, en condición de regular, será oral, ante tribunal y se aprobará con una nota no inferior a 6 (seis), en la escala del uno (1) al Diez (10).

. El examen final de las unidades curriculares, en condición de libre, será:

- a) Escrito y oral ante tribunal, con programa completo.
- b) Se aprobará con una nota no inferior a 6 (seis) en cada una de las instancias.
- c) La nota final se obtendrá del promedio en el caso de que ambas instancias estén aprobadas.

#### ***Duración de la regularidad:***

La condición de regular la conservará durante 7 (siete) turnos a partir de la fecha de regularidad. En caso de presentarse por tercera vez y haber sido aplazado en las tres oportunidades, se considerara causal de pérdida de regularidad.

### **INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN:**

Trabajos Prácticos grupales domiciliarios  
Trabajos Prácticos presenciales grupales orales  
Trabajos Prácticos individuales  
Evaluaciones parciales escritas

### **CRITERIOS DE EVALUACION**

- Lectura de la totalidad de la bibliografía obligatoria con conocimiento de sus autores
- Comprensión de textos escritos
- Dominio del conocimiento disciplinar
- Vocabulario técnico-específico de la Matemática
- Capacidad para fundamentar (relacionar, comparar, argumentar y ejemplificar correctamente) el conocimiento construido.
- Desarrollo de aspectos actitudinales como: presentación, cordialidad, respeto por el otro, compromiso.
- Análisis y resolución de problemas.
- Expresión oral y escrita correcta.